ÔN TẬP CHỦ ĐỀ VÉC-TƠ

Câu 1. Điểm P được xác định $\overrightarrow{NP} = 4\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây?

Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

Ⓐ Hình 4. Ⓑ Hình 1. Ⓒ Hình 3. Ⓓ Hình 2.

Hướng dẫn:

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G và M là một điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

Ⓐ $3\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$.
Ⓓ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

Hướng dẫn: Vì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Chọn đáp án Ⓐ

Câu 3. Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Tìm khẳng định **sai** khi nêu điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng.

Ⓐ $\exists k \in \mathbb{R}\colon \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$.
Ⓑ $\exists k \in \mathbb{R}\colon \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{BC}$.
Ⓒ $\forall M\colon \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
Ⓓ $\exists k \in \mathbb{R}\colon \overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{BA}$.

Hướng dẫn: Do A, B, C phân biệt nên các véc-tơ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ khác véc-tơ-không. Do đó các khẳng định

☆ $\exists k \in \mathbb{R}\colon \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$. ☆ $\exists k \in \mathbb{R}\colon \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{BC}$. ☆ $\exists k \in \mathbb{R}\colon \overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{BA}$.

là các khẳng định đúng.

Nếu A, B, C thẳng hàng và A không là trung điểm của BC. Với $M \equiv A$, ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$$

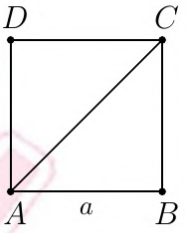
Vậy khẳng định $\forall M\colon \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là sai.

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Tính $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right|$.

Ⓐ $3a$. Ⓑ $\left(2+\sqrt{2}\right)a$. Ⓒ $a\sqrt{2}$. Ⓓ $2\sqrt{2}a$.

Hướng dẫn:



Ta có $AC = a\sqrt{2}$. Suy ra

$$\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right| = 2\left|\overrightarrow{AC}\right| = 2\sqrt{2}a.$$

Vậy $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right| = 2\sqrt{2}a$.

Chọn đáp án Ⓓ

Câu 5. Cho C nằm giữa A và B sao cho $AC = 3CB$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{BC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB} = \dfrac{4}{3}\overrightarrow{BC}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{BC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AC} = \dfrac{-3}{4}\overrightarrow{AB}$.

Hướng dẫn:

☆ $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{BC}$ nên đáp án A và B **sai**.

☆ $\overrightarrow{AC} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ đáp án D **sai**.

Chọn đáp án Ⓒ

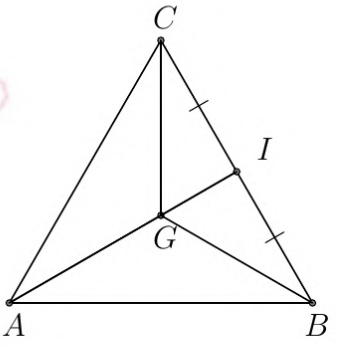
Câu 6. Câu 39Cho tam giác ABC đều cạnh a có G là trọng tâm. Khi đó $\left|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}\right|$ có giá trị bằng

Ⓐ $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Ⓑ $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.
Ⓒ $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn:

Gọi I là trung điểm của BC. Ta có:

$\left|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}\right| = 2\left|\overrightarrow{GI}\right| = 2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot AI = 2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án Ⓒ

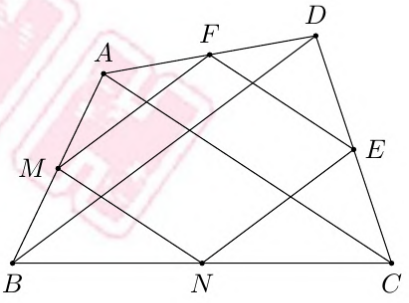
Câu 7. Cho tứ giác $ABCD$ có M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Khi đó

Ⓐ $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EF}$.
Ⓑ $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{FM}$.
Ⓒ $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{EF}$.
Ⓓ $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{FN}$.

Hướng dẫn:

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FE} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{MF} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Vậy $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FE} = -\overrightarrow{EF}$.



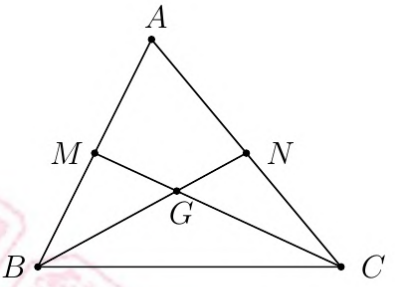
Chọn đáp án Ⓒ

Câu 8. Cho $\triangle ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \dfrac{4}{3}\overrightarrow{CM}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AB} = -\dfrac{4}{3}\overrightarrow{BN} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AB} = -\dfrac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AB} = \dfrac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

Hướng dẫn:

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AG}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$.



Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\\ &= 2\left(-\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}\right)-\frac{2}{3}\overrightarrow{CM}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CM}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 9. Cho tam giác ABC. Vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF$, $ACPQ$, $BCMN$. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{NE}+\overrightarrow{FQ}=\overrightarrow{MP}$;

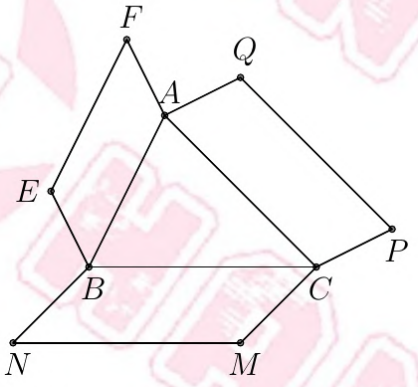
(II) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{QP}=-\overrightarrow{MN}$;

(III) $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{MC}$.

Mệnh đề đúng là

Ⓐ (I) và (II). Ⓑ Chỉ (I). Ⓒ Chỉ (III). Ⓓ Chỉ (II).

Hướng dẫn:



Mệnh đề (I) đúng vì $\overrightarrow{NE}+\overrightarrow{FQ}=\left(\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{BE}\right)+\left(\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AQ}\right)=\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{MP}$.

Mệnh đề (II) đúng vì $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{MN}$.

Mệnh đề (III) sai vì $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CN}=\left(\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BA}\right)+\left(\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AQ}-\left(\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{MC}\right)\neq\overrightarrow{AQ}+\left(\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{MC}\right)$ (do $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CM}\neq\vec{0}$).

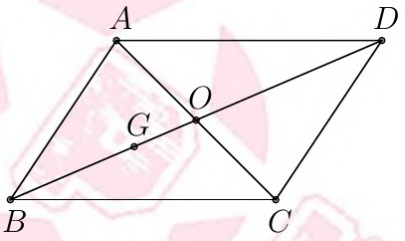
Chọn đáp án Ⓐ

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{BD}$. Ⓑ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{CD}$.

Ⓒ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. Ⓓ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{DB}$.

Hướng dẫn:



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.
Ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{BD}$.

Chọn đáp án (A)

Câu 11. Gọi AM là trung tuyến của tam giác ABC, và I trung điểm của AM Đẳng thức nào sau đây là đúng?

(A) $-\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.
(B) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.
(C) $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.
(D) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

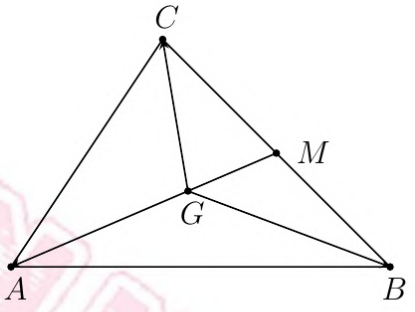
Hướng dẫn: Vì M, I là trung điểm của BC và AM nên $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IM}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{IM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC})$.
Suy ra $\overrightarrow{IA}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC})=\vec{0}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 12. Cho tam giác ABC, trọng tâm G, gọi M là trung điểm BC. Tìm mệnh đề đúng?

(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AG}$.
(B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}$.
(C) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{CG}$.
(D) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Hướng dẫn:
Do G là trọng tâm tam giác ABC nên
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$
$\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=-\overrightarrow{GC}$
$\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{CG}$.

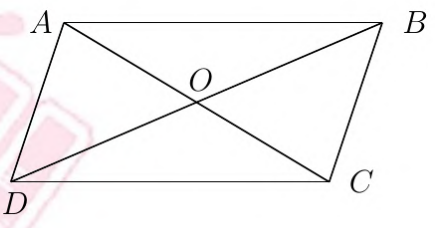


Chọn đáp án (C)

Câu 13. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

(A) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.
(B) $|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}|$.
(C) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.
(D) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$.

Hướng dẫn:
+) Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm hai đường chéo AC, BD. Suy ra $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$; $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.
+) Lại có $ABCD$ là hình bình hành nên theo qui tắc hình bình hành ta có



$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}\Rightarrow|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}|=|\overrightarrow{DB}|=BD$.
+) Ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ (theo quy tắc hình bình hành).
+) Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$; $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DB}\Rightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\neq\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$.

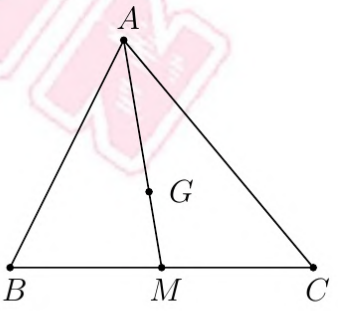
Chọn đáp án (D)

Câu 14. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC, G là trọng tâm của tam giác ABC. Lấy điểm O tùy ý. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

(A) $\overrightarrow{AG}+2\overrightarrow{MG}=\vec{0}$.
(B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}$.
(C) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{CG}=2\overrightarrow{OG}$.
(D) $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MG}$.

Hướng dẫn:

Ta có: $\overrightarrow{AM}=-3\overrightarrow{MG}$.

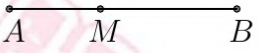


Chọn đáp án (D)

Câu 15. Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $3MA=2MB$. Khi đó ta có

(A) $\overrightarrow{MA}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.
(B) $\overrightarrow{MA}=-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.
(C) $\overrightarrow{MA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$.
(D) $\overrightarrow{MA}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

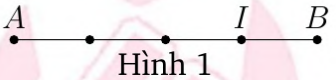
Hướng dẫn:



Vì điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $3MA=2MB\Rightarrow MA=\frac{2}{5}AB\Rightarrow\overrightarrow{MA}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

Chọn đáp án (A)

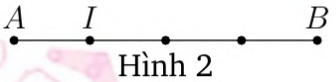
Câu 16. Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IA}=\vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



Hình 1

Hình 2

Hình 2



Hình 2

(A) Hình 2.
(B) Hình 3.
(C) Hình 4.
(D) Hình 1.

Hướng dẫn: Ta có $\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IA}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{IB}=-3\overrightarrow{IA}$.
Từ đó suy ra $IB=3IA$ và $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IB}$ ngược hướng.
Vậy I là điểm thuộc đoạn thẳng AB mà $IA=\frac{1}{4}AB$.

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 17. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

Ⓐ $\overrightarrow{AM}=2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.
Ⓑ $\overrightarrow{AM}=-3\overrightarrow{GM}$.
Ⓒ $2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{GA}=\vec{0}$.
Ⓓ $\overrightarrow{MG}=3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)$.

Hướng dẫn: Tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{GA}\Rightarrow 2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{GA}=\vec{0}$.

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$; $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$; $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}(\vec{d}+\vec{c}-\vec{b})$.
Ⓑ $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b})$.
Ⓒ $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d})$.
Ⓓ $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c})$.

Hướng dẫn: Vì P là trung điểm của CD nên

$\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD})=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AM})$

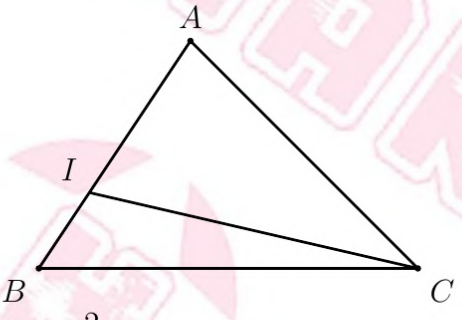
$=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AM})=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=\dfrac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

Chọn đáp án Ⓐ

Câu 19. Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}=-2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

Ⓐ $\overrightarrow{IC}=-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
Ⓒ $\overrightarrow{IC}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{IC}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn:



Ta có $\overrightarrow{IA}=-2\overrightarrow{IB}\Rightarrow\overrightarrow{IA}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Vậy $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

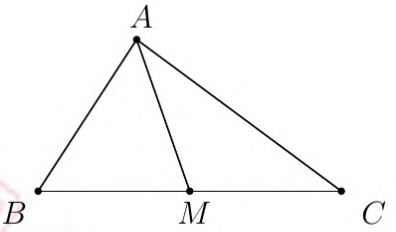
Chọn đáp án Ⓒ

Câu 20. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của đoạn BC. Tìm mệnh đề đúng.

Ⓐ $\overrightarrow{AM}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AM}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn:

Vì M là trung điểm của BC nên ta có
$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.



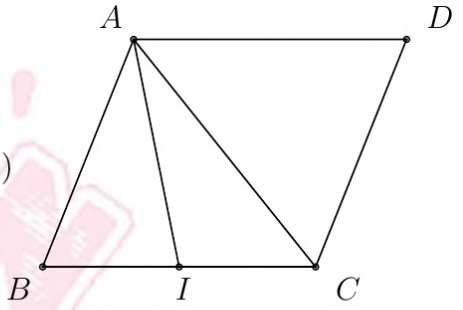
Chọn đáp án Ⓒ

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là trung điểm của BC, biết rằng $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{AD} + n\overrightarrow{AB}$. Cặp $(m;n)$ thỏa mãn bài toán là

Ⓐ $\left(1;\frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $\left(\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$. Ⓒ $\left(\frac{1}{2};1\right)$. Ⓓ $\left(\frac{3}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Hướng dẫn:

Vì $ABCD$ là hình bình hành, nên ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.



Vì I là trung điểm của BC, ta có
$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$. (1)

Theo bài ta có $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{AD} + n\overrightarrow{AB}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án Ⓒ

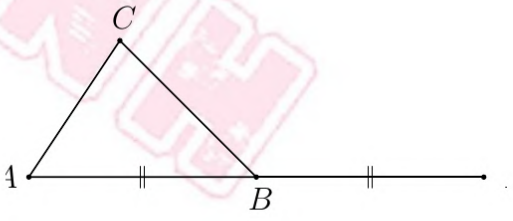
Câu 22. Cho tam giác ABC điểm I thoả $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$. Chọn mệnh đề đúng.

Ⓐ $\overrightarrow{CI} = \dfrac{\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}}{3}$. Ⓑ $\overrightarrow{CI} = \dfrac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{3}$.

Ⓒ $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$. Ⓓ $\overrightarrow{CI} = \dfrac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{-3}$.

Hướng dẫn:

Ta có $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow B$ là trung điểm của AI
$\Leftrightarrow \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$.



Chọn đáp án Ⓒ

Câu 23. Cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm AB và G là trọng tâm $\triangle ABC$. Phân tích $\overrightarrow{GA}$ theo $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{NC}$

Ⓐ $\overrightarrow{GA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$. Ⓑ $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{4}{3}\overrightarrow{NC}$.

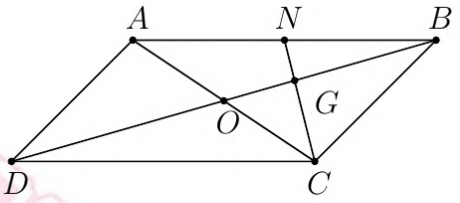
Ⓒ $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$. Ⓓ $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

Hướng dẫn:

Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}=-\left(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{GA}=-\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.



Chọn đáp án (D)

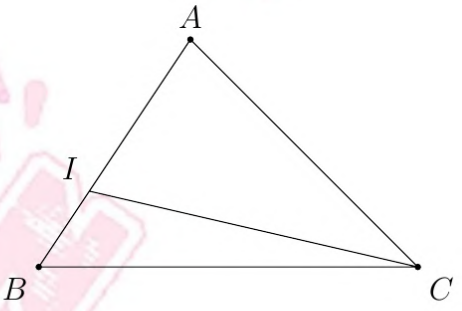
Câu 24. Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}=-2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

(A) $\overrightarrow{IC}=-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
(B) $\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
(C) $\overrightarrow{IC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
(D) $\overrightarrow{IC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn:

Ta có $\overrightarrow{IA}=-2\overrightarrow{IB}\Rightarrow\overrightarrow{IA}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Vậy $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.



Chọn đáp án (C)

Câu 25. Câu 36Cho tam giác ABC. M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}$. Nếu $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ thì $(x;y)$ là cặp nào?

(A) $(1;2)$.
(B) $(2;1)$.
(C) $\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.
(D) $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Hướng dẫn: Ta có $\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AM}=-2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right)$.

Suy ra $\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\ y=\frac{2}{3}.\end{cases}$

Chọn đáp án (D)

Câu 26. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I, J, K lần lượt là trung điểm GA, GB, GC. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn $|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=2|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$?

(A) Đường tròn tâm G, bán kính BC.
(B) Đường tròn tâm J, bán kính $\frac{2}{3}BC$.
(C) Đường tròn tâm K, bán kính $\frac{1}{6}BC$.
(D) Đường tròn tâm I, bán kính $\frac{1}{3}BC$.

Hướng dẫn: Theo quy tắc trung điểm, quy tắc trọng tâm suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}\\ \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}=2\overrightarrow{MI}.\end{cases}$

Như vậy $|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=2|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|\Leftrightarrow\left|3\overrightarrow{MA}+\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\right|=2|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$

Hay $\left|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MG}\right|=2|\overrightarrow{CB}|\Leftrightarrow\left|6\overrightarrow{MI}\right|=2\left|\overrightarrow{CB}\right|\Leftrightarrow 6MI=2BC\Leftrightarrow MI=\frac{BC}{3}$. Do đó tập

hợp các điểm M thỏa mãn là đường tròn tâm I bán kính $\dfrac{BC}{3}$.

Chọn đáp án (D)

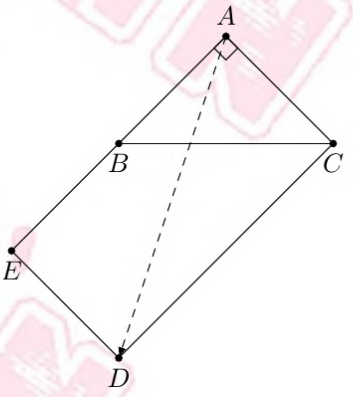
Câu 27. Cho tam giác vuông cân ABC với $AB = AC = a$. Khi đó, $|2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

(A) $a\sqrt{5}$. (B) $5a$. (C) $2a$. (D) $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn:

Dựng điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ và điểm D sao cho $AEDC$ là hình bình hành, khi đó $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
Ta có

$$AE = 2a \Rightarrow AD = \sqrt{AE^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$



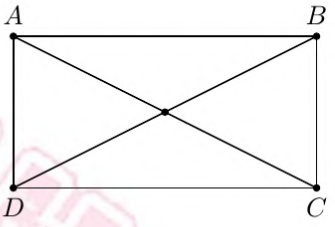
Chọn đáp án (A)

Câu 28. Cho tam giác ABC, $\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\right|$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

(A) Tam giác ABC cân tại B.
(B) Tam giác ABC vuông tại B.
(C) Tam giác ABC vuông tại C.
(D) Tam giác ABC vuông tại A.

Hướng dẫn:

Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$, với D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$.
Suy ra $\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{BD}\right| = BD$.
Và $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$, suy ra $\left|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{CA}\right| = CA$.
Do đó $\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\right| \Leftrightarrow BD = AC$.
Hình bình hành $ABCD$ có $BD = AC$ nên $ABCD$ là hình chữ nhật.
Suy ra tam giác ABC vuông tại B.



Chọn đáp án (B)

Câu 29. Cho tam giác ABC và M, N là các điểm được xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Để ba điểm A, M, N thẳng hàng giá trị của x là

(A) $x = \dfrac{1}{2}$. (B) $x = -\dfrac{1}{3}$. (C) $x = -\dfrac{1}{2}$. (D) $x = \dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn: Ta có $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = (x+1)\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$.
Và $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$.

Ba điểm A, M, N thẳng hàng $\Leftrightarrow \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{-1}{2} \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 30. Cho hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$ và không cùng phương. Hai véc-tơ nào sau đây cùng phương?

A $\vec{u} = \dfrac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - \dfrac{3}{5}\vec{b}$.

B $\vec{u} = \dfrac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

C $\vec{u} = 2\vec{a} - \dfrac{3}{2}\vec{b}$, $\vec{v} = -\dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{1}{4}\vec{b}$.

D $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = \dfrac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

Hướng dẫn: Giả sử $\vec{u} = m_1\vec{a} + n_1\vec{b}$ và $\vec{v} = m_2\vec{a} + n_2\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương, m_1, m_2, n_1, n_2 đều khác 0.
Ta có nhận xét, $\vec{u}$ cùng phương $\vec{v}$ khi và chỉ khi $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{n_1}{n_2}$.
Từ đó, xét từng đáp án, ta nhận cặp véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \dfrac{3}{2}\vec{b}$, $\vec{v} = -\dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{1}{4}\vec{b}$.

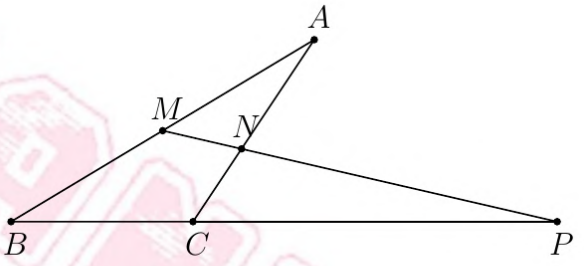
Chọn đáp án C

Câu 31. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A $k = \dfrac{1}{3}$. B $k = 3$. C $k = \dfrac{2}{3}$. D $k = \dfrac{3}{5}$.

Hướng dẫn: **Cách tự luận.**

Ta có



☆ $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

☆ $\begin{aligned}\overrightarrow{NP} &= \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BC}\right) \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{BC} \\ &= \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) \\ &= \left(\frac{1}{k} - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB}.\end{aligned}$

Để ba điểm M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R}$: $\overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$ hay

$$\left(\frac{1}{k} - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB} = \frac{3m}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}.$$

Suy ra $\begin{cases} \dfrac{1}{k} - \dfrac{3}{5} = \dfrac{3m}{5} \\ -\left(\dfrac{1}{k} - 1\right) = -\dfrac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ k = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$

Vậy $k = \dfrac{1}{3}$.

Cách trắc nghiệm.
Ta có

☆ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MB}\Rightarrow\dfrac{\overline{MA}}{\overline{MB}}=-1.$

☆ $\overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{BP}\Leftrightarrow\overrightarrow{PB}=(1-k)\overrightarrow{PC}\Rightarrow\dfrac{\overline{PB}}{\overline{PC}}=1-k.$

☆ $2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NC}=\vec{0}\Leftrightarrow2\overrightarrow{NA}=-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{NC}\Rightarrow\dfrac{\overline{NA}}{\overline{NC}}=-\dfrac{3}{2}.$

Theo định lí Menelaus, ba điểm M, N, P thẳng hàng khi

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}\cdot\frac{\overline{PB}}{\overline{PC}}\cdot\frac{\overline{NC}}{\overline{NA}}=1\Leftrightarrow(-1)\cdot(1-k)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=1\Leftrightarrow k=\frac{1}{3}.$$

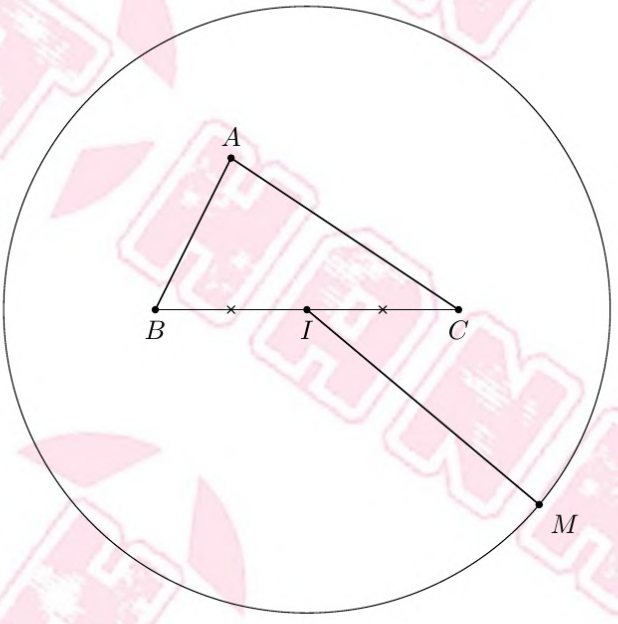
Vậy $k=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án (A)

Câu 32. Cho tam giác ABC, I là trung điểm của BC và điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=2\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$. Khi đó tập hợp điểm M là

(A) Đường trung trực của BC.
(B) Đường tròn tâm B, bán kính IC.
(C) Đường tròn tâm C, bán kính IB.
(D) Đường tròn tâm I, bán kính BC.

Hướng dẫn:



Vì I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.
Ta có

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=2\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|&\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right|=2\left|\overrightarrow{CB}\right|\\&\Leftrightarrow\left|2\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)\right|=2CB\\&\Leftrightarrow\left|2\overrightarrow{MI}\right|=2CB\Leftrightarrow2MI=2CB\\&\Leftrightarrow MI=CB.\end{aligned}$$

Vì I cố định, CB không đổi nên tập hợp điểm M là đường tròn tâm I, bán kính BC.

Chọn đáp án (D)

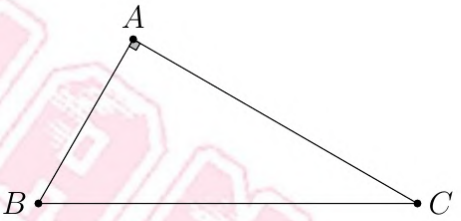
Câu 33. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $BC = 5$. Khi đó $\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right|$ bằng

(A) 4. (B) $\sqrt{13}$. (C) 5. (D) $2\sqrt{13}$.

Hướng dẫn:

Ta có

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right| &= \sqrt{\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right|^2} \\ &= \sqrt{BA^2 + BC^2 + 2BA \cdot BC \cdot \cos B} \\ &= \sqrt{9 + 25 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = 2\sqrt{13}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án (D)

Câu 34. Cho tam giác ABC. Tập hợp những điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}\right|$ là

(A) đường tròn tâm I, bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
(B) đường tròn tâm I, bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
(C) đường trung trực của IJ với I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC.
(D) đường trung trực của BC.

Hướng dẫn: Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC, khi đó

$$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right| = \left|2\overrightarrow{MJ}\right| \Leftrightarrow MI = MJ.$$

Điều này tương đương tập các điểm M là đường trung trực của IJ.

Chọn đáp án (C)

Câu 35. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| = 3\left|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$. Tập hợp điểm M là

(A) Một đường tròn. (B) Một nửa đường tròn.
(C) Một đoạn thẳng. (D) Một đường thẳng.

Hướng dẫn: Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm cạnh BC ta có G, I là các điểm cố định và

$$2\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| = 3\left|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow 2\left|3\overrightarrow{MG}\right| = 3\left|2\overrightarrow{MI}\right| \Leftrightarrow MG = MI.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng GI.

Chọn đáp án (D)